地震危険度の予測

地震危険度の予測

- 地震の発生する時間、場所、大きさは確率的

➔ 地震動の大きさ、被害も確率的

したがって、

建築物の地震被害を予測するためには、

地震発生(とのその大きさ)確率の評価が必要

- 今日の内容
  - 地震発生の確率モデル
  - 地震危険度の解析

参考書:柴田明徳「確率的手法による構造安全性の解析」

地震発生の確率的モデル

- ある区域(震源域)内に発生するマグニチュードm以上の地震の年平均発生確率$N(m)$

$$N(m)=\frac{L(m)}{T}$$

T: 観測年数

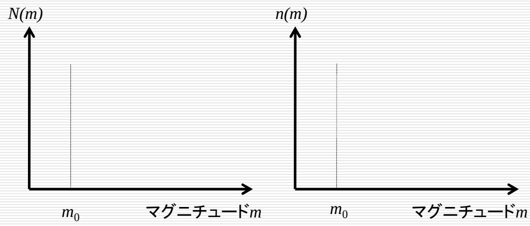
$L(m)$: T年間におけるマグニチュードm以上の地震の発生回数

- 年平均発生回数の密度関数

$$n(m)=-\frac{d}{dm}N(m)$$

地震発生の確率的モデル

- 工学的にはある大きさ以上の地震が検討の対象
- マグニチュードの下限値m_0を考える



グーテンベルグーリヒター式(G-R式)

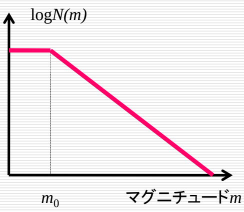
- 過去の地震活動のデータから、$N(m)$のモデルは指数関数がよくあう

$$\log N(m)=a-bm \quad \text{または} \quad \ln N(m)=\alpha-\beta m$$

ここで、$\alpha=a\ln 10,\ \beta=b\ln 10$

G-R式

$$\boxed{\begin{aligned} N(m)&=e^{\alpha-\beta m}=N_0e^{-\beta(m-m_0)} \\ n(m)&=-\beta N_0e^{-\beta(m-m_0)} \end{aligned}}$$



地震マグニチュードの確率関数

- ある地域に発生する地震マグニチュードの確率分布関数$F_M(m)$

➔ 発生する地震マグニチュードがm未満である確率

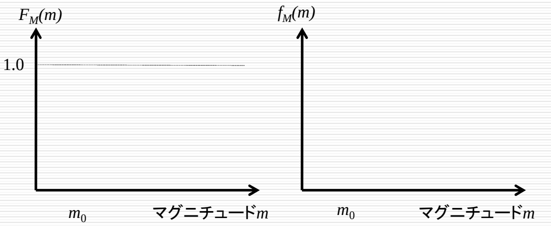
$$F_M(m)=\frac{N_0-N(m)}{N_0}=1-\frac{N(m)}{N_0}=1-e^{-\beta(m-m_0)}$$

- 地震マグニチュードの確率密度関数$f_M(m)$

➔ マグニチュードmの地震の発生確率

$$f_M(m)=\beta e^{-\beta(m-m_0)}$$

地震マグニチュードの確率関数



例題1

- ある地域の地震の活動度は、下表のようなマグニチュードmと年平均発生回数の関係である
- 地震マグニチュードの確率密度関数と確率分布関数を求めよ
  - 考慮するマグニチュードの下限値m_0=6とする

マグニチュード m	年平均発生回数 N(m)
6	0.1
7	0.01
8	0.001

地震危険度の解析

地震危険度解析とは、、、

- ある地点である期間内に発生する地震の強さを確率的に予測

t年間の最大マグニチュードの確率分布

（建築物の設計では、回数よりも最大地震の大きさが重要）

- 仮定①　地震の震源を仮想の一つの点震源に集約
- 仮定②　マグニチュードと発生回数の関係はG-R式
- 仮定③　地震の発生過程は単純ポアソン過程とする

【参考】 単純ポアソン過程

時間tの間にk回事象が発生する確率 $p(k,t)$

- 単位時間当たりの事象の発生回数はv
- 時間tをn個に区切り、k回は事象が発生し、n-k回は事象が発生しない　　Δ t = t/n
- Δtの間に事象が発生する確率はvΔt、発生しない確率は1-vΔt
- tの間にk回事象が発生する確率$p(k,t)$は、二項定理より

$$p(k,t)={}_nC_k(v\Delta t)^k(1-v\Delta t)^{n-k}=\frac{n!}{k!(n-k)!}(v\Delta t)^k(1-v\Delta t)^{n-k}$$

nが∞の時の極限値は　$p(k,t)=\dfrac{(vt)^k}{k!}e^{-v_0 t}$

地震危険度の解析

t年間に地震（m0以上）がk回発生する確率 $p(k,t)$

$$p(k,t)=\frac{(N_0t)^k}{k!}e^{-N_0t}$$

仮定②と③から、t年間の最大マグニチュードの確率分布関数は

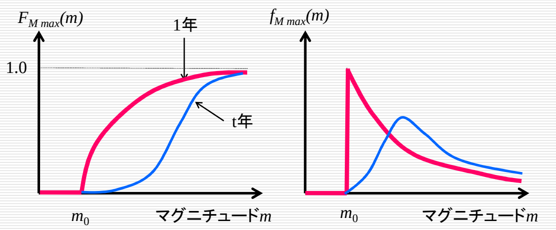
$$F_{M\max}(m)=\sum_{k=0}^{\infty}\frac{(N_0t)^k}{k!}e^{-N_0t}\{F_M(m)\}^k=e^{-N_0t}\sum_{k=0}^{\infty}\frac{\{N_0tF_M(m)\}^k}{k!}$$
$$=e^{-N_ot}\cdot e^{N_0tF_M(m)}=e^{-N_0t\{1-F_M(m)\}}$$
$$=e^{-N_0te^{-\beta(m-m_0)}}$$

特性値u_tを使って書き換えると

$$F_{M\max}(m)=e^{-e^{-\beta(m-u_t)}}\qquad u_t=m_0+\frac{\ln(N_0t)}{\beta}$$

マグニチュードのt年間最大値分布

$$F_{M\max}(m)=e^{-e^{-\beta(m-u_t)}}\qquad f_{M\max}(m)=\beta e^{-\beta(m-u_t)-e^{-\beta(m-u_t)}}$$



t年間の最大地震動強さ

- 構造物の地震被害を評価するためには、建設地の地震動強さ(震度、PGA、PGVなど)が必要
- そこで、マグニチュードm、震源距離rと地震動強さyの関係を表す距離減衰式(アテニュエーション式)をよく用いる。

一般的によく用いられるアテニュエーション式

$$y = a_1 \cdot e^{a_2 m} \cdot r^{-a_3}$$

ここで，a_1，a_2，a_3は，震源や伝達経路の特性で決まる定数

t年間の最大地震動強さ

$y = a_1 \cdot e^{a_2 m} \cdot r^{-a_3}$ をmについて解くと

$$m = \frac{1}{a_2}\left(\ln y - \ln a_1 + a_3 \ln r\right)$$

これを$F_{Mmax}(m)$に代入すると
最大地震動強さyの確率分布関数が得られる

$$F_{Y\max}(y) = e^{-N_0 t \cdot C \cdot r^{-\gamma} \cdot y^{-(\beta/a_2)}}$$

ここで，$C = e^{\beta m_0} \cdot a_1^{\beta/a_2}$　$\gamma = \beta \dfrac{a_3}{a_2}$

t年間の最大地震動強さ

マグニチュードの下限値m_0に対する地震動強さy_0を以下のようにおくと

$$y_0 = a_1 \cdot e^{a_2 m_0} \cdot r^{-a_3} = \left(C \cdot r^{-\gamma}\right)^{1/k} \qquad k = \frac{\beta}{a_2}$$

t年最大地動強さの確率関数が次のように得られる

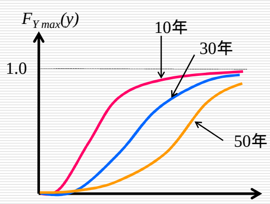
$$F_{Y\max}(y) = e^{-N_0 t \cdot (y_0/y)^k} = e^{-(v_t/y)^k}$$

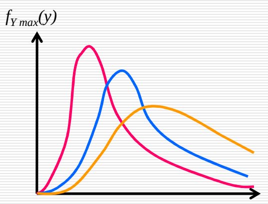
$$f_{Y\max}(y) = \frac{k}{v_t} \cdot \left(\frac{v_t}{y}\right)^{k+1} \cdot e^{-(v_t/y)^k}$$

ここで，$v_t = y_0 \cdot (N_0 t)^{1/k}$

t年間の最大地震動強さ

$$F_{Y\max}(y) = e^{-N_0 t \cdot (y_0/y)^k} = e^{-(v_t/y)^k} \qquad f_{Y\max}(y) = \frac{k}{v_t} \cdot \left(\frac{v_t}{y}\right)^{k+1} \cdot e^{-(v_t/y)^k}$$





地震ハザード曲線(超過確率曲線)

t年間におけるy以上の地動の発生確率
(t年超過確率)

$$p_{yt} = 1 - F_{Y\max}(y) = 1 - e^{-(v_t/y)^k}$$