

## 4章 マトリクス法による構造解析

### 4.1 マトリクス法

3章で勉強したように、骨組の応力は固定法やたわみ角法などの手計算により求めることができる。しかしながら、多層多スパンの構造物を手計算で解析するのは計算量が膨大になり大変である。そこで、このような計算はプログラムを作成してコンピュータに計算させる方が効率的である。この数十年の間にコンピュータの性能は飛躍的に向上したので、実務では、構造解析プログラムを利用してコンピュータで構造解析を行うことが一般的となってきた。

4章では、実際にコンピュータの解析プログラムを利用して構造解析を行ってみるとともに、解析プログラムの仕組みや計算の原理について学習する。

コンピュータを使った構造解析では、プログラムがブラックボックス化しやすく、内容を全く理解せず使用する人も多いが、計算の仮定や原理をせずに使用すると、大きな間違いに気づかずに計算をすすめて、おかしい答えがでることもしばしばある。プログラムを使うからといって、計算の原理は手計算と基本的に同じなのであるから、固定法やたわみ角法で解いた場合と同じ結果が得られるはずである。したがって、プログラムを使って解析した場合にも、得られた応力が、これまでに学習した知識を使って正しいか判断できる直観力を身につけておくことが重要である。

### 4.2 平面応力解析プログラム

#### (1) はじめに

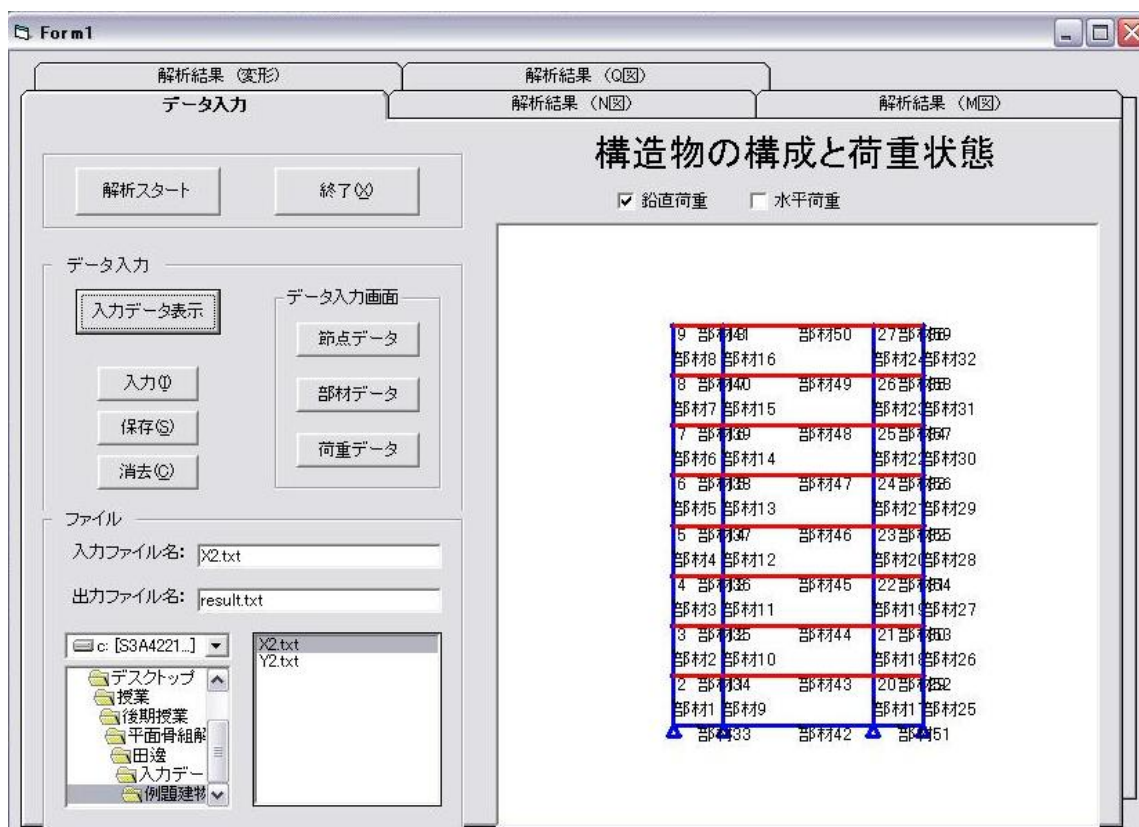
このプログラムは、著：青山博之・上村智彦、「マトリクス法による構造解析」、第4章の解析プログラム (eqm.f) を参考に、作成したものである。以下で、この解析プログラムの概要を説明する。この解析プログラムは、Visual Basic 6.0 で作成されている。

#### (2) プログラムの使い方

解析プログラムは、リハビリテーション工学研究室のホームページ

(<http://www.archi.tohoku.ac.jp/labs-pages/rehabi/index.html>) からダウンロードすることができる。うまくダウンロードできない場合は、研究室にもらいに来てください。

- 1) プログラムやデータファイルなどが、「honever8.zip」というファイルに Zip 形式で圧縮されている。これを展開すると、フォルダの中には、「平面骨組解析プログラム.exe」と「入力データ」、「出力データ」フォルダが作成される。
- 2) 入力データをテキストファイルで作成する。(入力データの作り方は3章に示す。)
- 3) 平面骨組解析プログラム.exe を実行する。すると以下のようなフォームが立ち上がる。



- 4) 作成した入力データファイルを選択し、**入力**を押す。
- 5) **入力データ表示**を押す。設定が正しければ次に進み、修正したい箇所があれば各ボタン（**節点データ**、**部材データ**、**荷重データ**）を押し、修正する。
- 6) 出力ファイル名を決め、**解析スタート**を押す。（**解析スタート**を押すとファイルは自動的に出力されます。）
- 7) (6) 解析結果をそれぞれのタブで確認する。
- 8) (7) **終了**ボタンを押す。

※ 注意点

- ・プログラム上でも入力データを直せるが、出来るだけ元のテキストファイルの方を直す。
- ・入力データの単位はすべてそろえる。(kN, m)
- ・解析結果は自動的に保存されていくので、出力ファイル名を変えないと上書きされ続ける。

(3) 入力データファイル

入力データファイルの内容と説明・注意事項

① 構造物の構成に関するデータ

- NNODE      節点数
- NMEMB      部材数
- NLOAD      荷重数

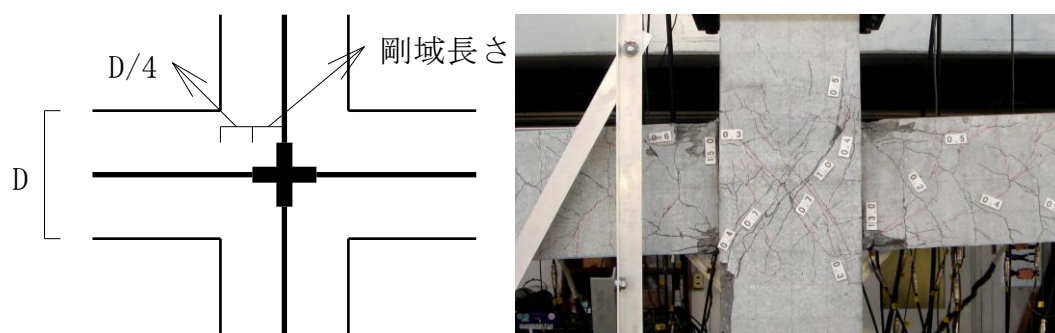
② 節点データ（各節点ごとに1行、節点数だけ用意する）

- IN            節点番号
- ISUP        節点支持状態
- =0 自由節点
- =1 固定支点

	=2	ピン支点
	=3	ローラー支点
XNODE		節点の X 座標
YNODE		節点の Y 座標
ROLSN		ローラー支点の X 座標軸となす角の正弦
③部材データ (各部材ごとに 1 行, 部材数だけ用意する)		
IM		部材番号
N1		部材の 1 端の節点番号
N2		部材の 2 端の節点番号
IPIN		部材端部の接合状態
	=0	部材の両端とも剛接合
	=1	1 端がピン接合, 2 端が剛接合
	=2	2 端がピン接合, 1 端が剛接合
	=3	両端ともピン接合
E		各部材の弾性係数 (ヤング係数)
A		断面積
I		断面 2 次モーメント
RGD1		1 端の剛域の長さ
RGD2		2 端の剛域の長さ
AQ		$(G/E) \times (A/\kappa)$ の値, せん断変形を無視するときは $AQ=0$ とする.

鉄鋼, コンクリートのヤング係数はそれぞれ,  $2.1 \times 10^5 \text{ N/mm}^2 = 2.1 \times 10^8 \text{ kN/m}^2$ ,  $2.1 \times 10^4 \text{ N/mm}^2 = 2.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$  程度. せん断弾性係数  $G=E/(1+2\nu)$ .  $\nu$  はポアソン比 (コンクリートは 1/6).  $\kappa$  は形状係数 (長方形断面では 1.5).

実建物では, 柱・梁の接合部の部分は剛性が非常に高く接合部はあまり変形しない. これを線材として部材中心を通る 1 本の直線としてモデル化して部材長さを決めると部材の可撓長さ (曲げ変形する部分の長さ) を長めに評価することになり, 部材の剛性を小さ目に評価することになる. 実務的な解析では, この接合部の変形しない部分の長さを剛域長さとして変形しないようにプログラム化している. RC 造建物では, 降伏ヒンジが梁・柱危険断面から  $D/4$  程度内側に入った位置に発生すると仮定する場合が多い.



また, 実際の部材では, 厳密には, 曲げ変形のほかに, せん断変形, 軸変形 (部材の伸び・縮み) が生じる. この解析プログラムでは, これらも評価できる. 授業で扱った固定法, 撓み角法では, せん断変形, 軸変形は無視している. 一般的に長細い柱・梁などの線材は, 曲げ変形と比較して, せん断変形は小さいので無視しても問題が無い場合が多い. 壁のような太短い面材などでは, せん断変形も大きくなるので無視できない. また, あまり軸力が大きくない部材では軸変形は小さいので無視しても良いが, 高層建物など柱に大きな軸力が作用

するような構造物では、柱の軸変形は無視できない。

④節点荷重データ

IL	荷重状態番号 ( <u>必ず2を入力する</u> )
IN	外力の作用する節点番号
PX	節点外力の X 方向成分 (基準座標系)
PY	節点外力の Y 方向成分 (基準座標系)
PM	節点に作用するモーメント

座標系は**基準座標系**であることに注意。

⑤部材荷重データ

IL	荷重状態番号 ( <u>必ず1を入力する</u> )
IM	中間荷重の作用する部材番号
FX1	中間荷重による 1 端の固定端反力の X 方向成分 (部材座標系)
FY1	中間荷重による 1 端の固定端反力の Y 方向成分 (部材座標系)
FM1	中間荷重による 1 端の固定端モーメント
FX2	中間荷重による 2 端の固定端反力の X 方向成分 (部材座標系)
FY2	中間荷重による 2 端の固定端反力の Y 方向成分 (部材座標系)
FM2	中間荷重による 2 端の固定端モーメント

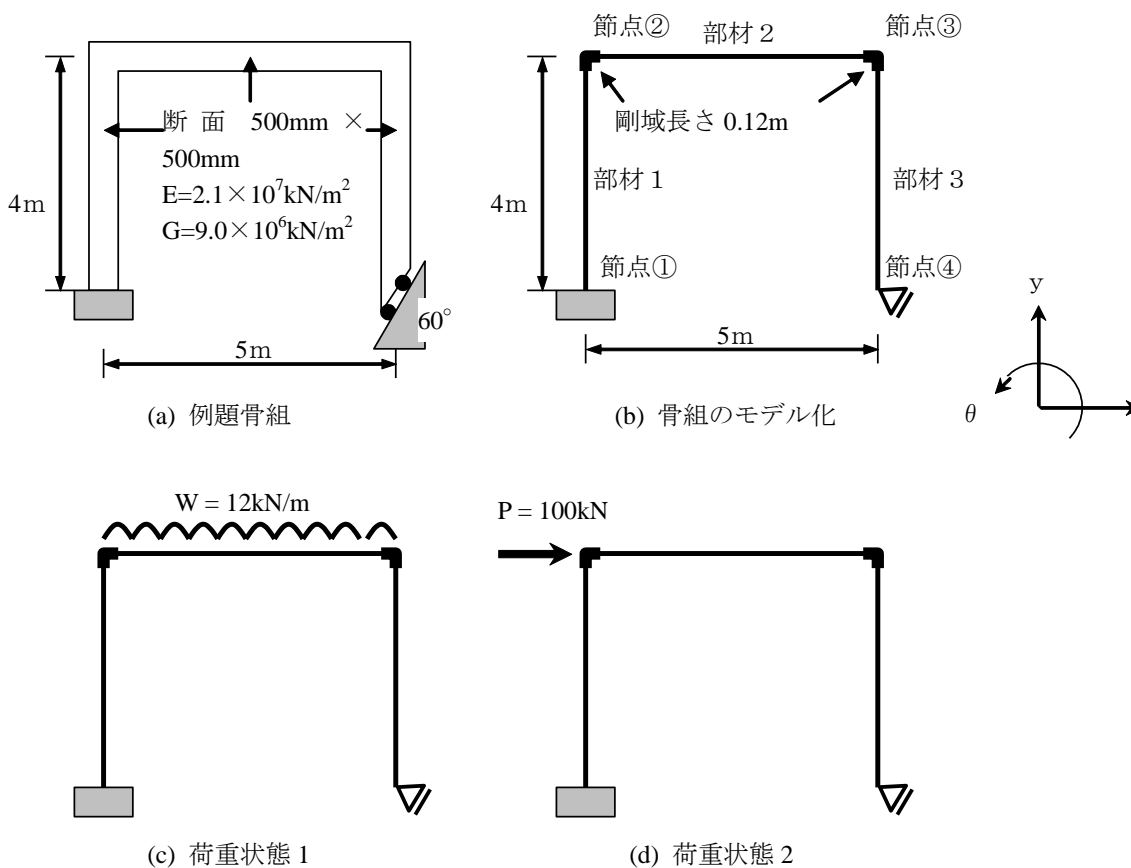
部材に中間荷重が作用する場合、中間荷重による固定端モーメント、せん断力の反力 (符号を正負逆にした値) を入力する。座標系は**部材座標系**であることに注意。部材座標系の x 軸は 1 端から 2 端の方向にとり、y 軸は右手座標系とし直交方向に取る。

[例題] (教科書：青山博之「マトリクス法による構造解析」 p.142～)

下図に示す柱と梁のみからなる 1 層 1 スパン骨組に鉛直荷重 (荷重状態 1) および水平荷重 (荷重状態 2) が作用するときの応力を求める。

※教科書の例題の単位を kN,m に修正し、荷重状態 1 として鉛直荷重も追加した。

● 構造物の構成と荷重状態



● 入力データ (教科書例題.txt)

・ 節点数, 部材数, 荷重数									
4	3	2							
・ 節点データ									
(節点番号, 支持形式, x 座標, y 座標, 正弦角)									
1	1	0	0	0					
2	0	0	4	0					
3	0	5	4	0					
4	3	5	0	0.866					
・ 部材データ									
(部材番号, 1 端の節点番号, 2 端の節点番号, 部材端部の接合状態, ヤング係数, 断面積, 断面 2 次モーメント, 1 端の剛域, 2 端の剛域, AQ)									
1	1	2	0	21e6	0.25	0.0052	0.0	0.125	0.0714
2	2	3	0	21e6	0.25	0.0052	0.125	0.125	0.0714
3	3	4	0	21e6	0.25	0.0052	0.125	0.0	0.0714
・ 荷重データ < 先頭に節点荷重データには 2, 部材荷重データには 1 とつける。 >									

-節点荷重データ							
(2, 荷重をかける節点番号, x方向の荷重, y方向の荷重, モーメント)							
2	2	100	0	0			
-部材荷重データ							
(1, 荷重をかける部材番号, 1端の固定端反力のX方向成分, Y方向成分, 固定端モーメント							
, 2端の固定端反力のX方向成分, Y方向成分, 固定端モーメント)							
1	2	0	30	25	0	30	-25

●計算結果 (出力ファイルに書き込まれる)

```

(1) ECHO OF INPUT DATA
*NUMBER OF NODES = 4 接点数
*NUMBER OF MEMBERS = 3 部材数
*CASES OF LOADING = 2 荷重数

節点番号, 支持状態, X座標, Y座標
NODE SUP X-POS Y-POS
1 FIX 0.000 0.000
2 0.000 4.000
3 5.000 4.000
4 ROL 5.000 0.000
NODE 4 ROLLER DIRECTION SIN = 0.8660

MEMB N1 N2 CONNECT E A I L COS SIN R1 R2
AQ
1 1 2 FIX FIX 2.100E+07 2.500E-01 5.200E-03 4.0 0.000 1.000 0.000 0.012
7.140E-02
2 2 3 FIX FIX 2.100E+07 2.500E-01 5.200E-03 5.0 1.000 0.000 0.012 0.012
7.140E-02
3 3 4 FIX FIX 2.100E+07 2.500E-01 5.200E-03 4.0 0.000 -1.000 0.012 0.000
7.140E-02

(2) TOTAL NODAL FORCES
節点番号 X方向力 Y方向力 モーメント
FOR LOAD NO. 1 NODE PX PY M
1 0.000 0.000 0.000
2 0.000 -30.000 -25.000
3 0.000 -30.000 25.000
4 0.000 0.000 0.000

節点番号 X方向力 Y方向力 モーメント
FOR LOAD NO. 2 NODE PX PY M
1 0.000 0.000 0.000
2 100.000 0.000 0.000
3 0.000 0.000 0.000
4 0.000 0.000 0.000

(3) NODAL DISPLACEMENTS
    
```

FOR LOAD NO.	節点番号	X 方向変位	Y 方向変位	回転角		
	NODE	DELTA X	DELTA Y	THETA		
FOR LOAD NO. 1	1	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00		
	2	1.078E-02	-4.355E-05	-5.265E-03		
	3	1.078E-02	-3.475E-02	-7.632E-03		
	4	-2.006E-02	-3.475E-02	-7.751E-03		
FOR LOAD NO. 2	1	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00		
	2	1.743E-02	8.661E-06	-6.634E-03		
	3	1.741E-02	-3.781E-02	-8.894E-03		
	4	-2.183E-02	-3.781E-02	-1.029E-02		
(4) MEMBER FORCES						
FOR LOAD NO.	節点番号	軸力	せん断力	節点モーメント	剛域端のモーメント	
	MEMB	PX1	PY1	NODE M1	FACE M1	
FOR LOAD NO. 1		PX2	PY2	NODE M2	FACE M2	
	1	59.001	-1.730	145.005	145.005	
		-59.001	1.730	-151.925	-151.709	
	2	1.730	59.001	151.925	144.550	
		-1.730	0.999	-6.920	-6.795	
	3	0.999	1.730	6.920	6.704	
		-0.999	-1.730	0.000	0.000	
	FOR LOAD NO. 2		PX1 <th>せん断力</th> <th>節点モーメント</th> <th>剛域端のモーメント</th>	せん断力	節点モーメント	剛域端のモーメント
			PX2 <td>PY2</td> <td>NODE M2</td> <td>FACE M2</td>	PY2	NODE M2	FACE M2
		1	-11.735	79.677	341.327	341.327
			11.735	-79.677	-22.617	-32.577
		2	20.323	-11.735	22.617	24.084
-20.323			11.735	-81.291	-79.824	
3		11.735	20.323	81.291	78.751	
		-11.735	-20.323	0.000	0.000	

### 4.3 解析プログラムによる応力解析の演習

実際に、平面応力解析プログラムを利用して、3章で学習した様々なラーメンの応力解析を行って、手計算の結果とどの程度一致しているか調べてみよう。

#### (1) 入力データの作成

3章の最初で学習した1層1スパン骨組(図4.1、図3.2と同じ骨組)について、解析プログラムの入力データを作成してみよう。

以下では、データの単位は m、kN を使用することに注意する。

節点は4個、部材が3本、荷重は梁の鉛直荷重の1つなので、データファイルの1行目は、以下のようになる。

節点数	部材数	荷重数
4	3	1

2行目からは、**節点のデータ**を入力する。それぞれの節点ごとに1行のデータを作る。

節点1と節点3は固定支持なので1を、節点2と節点4は支点ではない(自由支持)なので0を入力する。ローラー支点の場合は、傾斜角の sin の値を入れるが、その他の場合は0を入力する。

節点番号	支持状態	X座標	Y座標	ローラー支点の傾斜角
1	1	0	0	0
2	0	0	4	0
3	1	4	0	0
4	0	4	4	0

次に、**部材のデータ**を入力する。各部材ごとに1行のデータを作る。

部材1は節点1と節点2に接続されているので、1,2をそれぞれ入力する。

ラーメン部材は、両端とも剛接合なので、材端の接合状態は0とする。

ヤング係数、断面積、断面2次モーメント I は、部材の材料、断面形状から計算する(演習問題3.1のように、特に指定されていない場合は、適宜設定して入力する)。コンクリートのヤング係数は、 $2.1 \times 10^4 \text{ N/mm}^2 = 2.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$  である。柱の断面は  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$  なので、断面積は  $0.6 \times 0.6 = 0.36 \text{ m}^2$ 、断面2次モーメントは、 $I = bD^3/12 = 0.0108 \text{ m}^4$  である。

剛域長さ、せん断変形(係数 AQ)については、固定法やたわみ角法などの手計算では無視しているので、ここでは考慮しないことにして0を入力する(詳しい説明は、来週以降に行う)。

部材番号	1端番号	2端番号	材端接合	ヤング係数	断面積	I	剛域長	1端	2端	AQ
1	1	2	0	21000000	0.36	0.0108	0	0	0	0.0
2	3	4	0	21000000	0.36	0.0108	0	0	0	0.0
3	2	4	0	21000000	0.24	0.0072	0	0	0	0.0

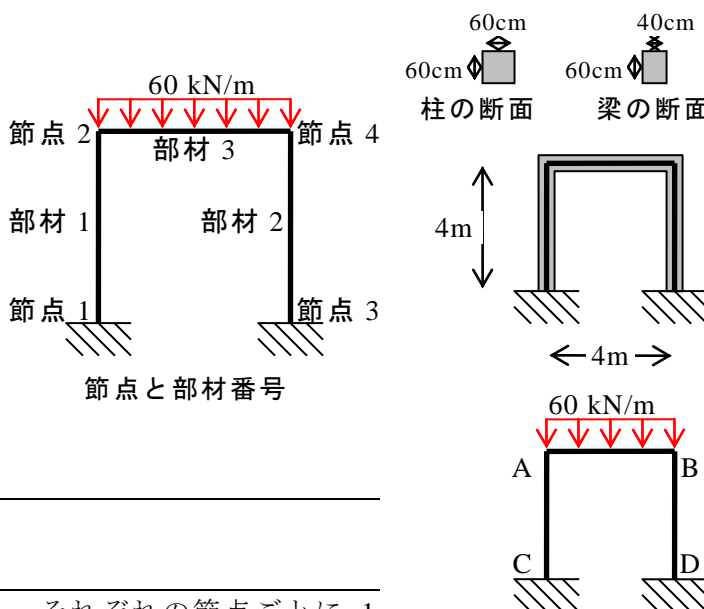


図 4.1



最後に、**荷重データ**を入力する。それぞれの荷重ごとに1行のデータを用意する。荷重には、節点に作用する荷重（節点荷重）と部材に作用する荷重（部材荷重）の2種類がある。この例題のような、梁の鉛直荷重は部材荷重である。

鉛直荷重（部材荷重）に対する解析では荷重状態番号を1、水平荷重（節点荷重）では荷重状態番号を2とする。

部材荷重の場合は、1端と2端それぞれの固定端の反力を入力する。反力の座標は右図のとおりで、x成分は軸力、y成分はせん断力、 $\theta$ 成分はモーメントである。等分布荷重60 kN/mにより、軸力は生じないので  $P_x=0$ 、梁端のせん断力  $P_y=60\text{kN/m} \times 2\text{m}=120\text{kN}$ 、モーメント  $M$  は固定端モーメントで、 $wL^2/12=80\text{kN} \cdot$

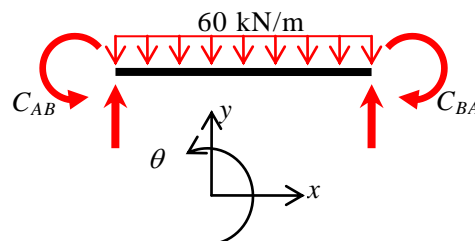


図 4.2

m である。解析プログラムでは、**反時計回りを正**としている（**手計算の場合と逆**）なので注意すること。

状態番号	部材番号	1 端の $P_x, P_y, M$			2 端の $P_x, P_y, M$		
1	3	0	120	80	0	120	-80

## (2) 出力ファイルの見方

まず、節点の座標や部材の特性など、骨組に関する入力データが表示されている。入力データが正しく認識されているか確認する。

```

(1) ECHO OF INPUT DATA
*NUMBER OF NODES   = 4   接点数
*NUMBER OF MEMBERS = 3   部材数
*CASES OF LOADING  = 2   荷重状態数

節点番号 , 支持状態 , X座標 , Y座標
NODE      SUP      X-POS   Y-POS
  1        FIX      0.000   0.000
  2                0.000   4.000
  3        FIX      4.000   0.000
  4                4.000   4.000

MEMB  N1  N2  CONNECT  E          A          I          L  COS  SIN  R1  R2  AQ
  1    1   2   FIX FIX  2.100E+07 3.600E-01 1.080E-02  4.0  0.000  1.000  0.000  0.000  0.000E+00
  2    3   4   FIX FIX  2.100E+07 3.600E-01 1.080E-02  4.0  0.000  1.000  0.000  0.000  0.000E+00
  3    2   4   FIX FIX  2.100E+07 2.400E-01 7.200E-03  4.0  1.000  0.000  0.000  0.000  0.000E+00
    
```

入力した荷重データが表示される。LOAD No.1 が鉛直荷重、LOAD No.2 が水平荷重のデータになっているか確認する。部材荷重は節点ごとに集計された値になっている。

```

(2) TOTAL NODAL FORCES
      節点番号 X方向力 Y方向力 モーメント
FOR LOAD NO. 1  NODE      PX      PY      M
                  1      0.000   0.000   0.000
                  2      0.000  -120.000 -80.000
                  3      0.000   0.000   0.000
                  4      0.000  -120.000  80.000

      節点番号 X方向力 Y方向力 モーメント
FOR LOAD NO. 2  NODE      PX      PY      M
                  1      0.000   0.000   0.000
                  2      0.000   0.000   0.000
    
```

3	0.000	0.000	0.000
4	0.000	0.000	0.000

節点の変位に関する計算結果が表示される。LOAD No.1 が鉛直荷重、LOAD No.2 が水平荷重に対する計算結果である。変位の単位は m、正の方向は上図と同じである。

この結果を見ると節点 2 は、右方向に  $8.863 \times 10^{-6} \text{m} = 8.863 \times 10^{-3} \text{mm} = 0.0089 \text{mm}$ 、下向きに  $0.063 \text{mm}$  移動（つまり柱が縮んでいる）し、時計回りに  $0.00028 \text{rad}$  回転していることになる。

(3) NODAL DISPLACEMENTS				
FOR LOAD NO. 1	節点番号	X 方向変位	Y 方向変位	回転角
	NODE	DELTA X	DELTA Y	THETA
	1	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
	2	8.863E-06	-6.349E-05	-2.670E-04
	3	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
	4	-8.863E-06	-6.349E-05	2.670E-04

FOR LOAD NO. 2	節点番号	X 方向変位	Y 方向変位	回転角
	NODE	DELTA X	DELTA Y	THETA
	1	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
	2	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
	3	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00
	4	0.000E+00	0.000E+00	0.000E+00

部材の荷重に関する計算結果が表示される。LOAD No.1 が鉛直荷重、LOAD No.2 が水平荷重に対する計算結果である。変位の単位は m、正の方向は上図と同じである。

この結果を見ると部材 1（柱）は、軸力が 120kN（圧縮）、せん断力が 22.3kN（反時計回り）、モーメントは、柱脚が 29.5kN・m、柱頭が 59.8kN・m（ともに時計回り）であることがわかる。

(4) MEMBER FORCES					
FOR LOAD NO. 1	節点番号	軸力	せん断力	節点モーメント	剛域端のモーメント
	MEMB	PX1	PY1	NODE M1	FACE M1
		PX2	PY2	NODE M2	FACE M2
	1	120.000	-22.335	-29.529	-29.529
		-120.000	22.335	-59.812	-59.812
	2	120.000	22.335	29.529	29.529
		-120.000	-22.335	59.812	59.812
	3	22.335	120.000	59.812	59.812
		-22.335	120.000	-59.812	-59.812

FOR LOAD NO. 2	節点番号	軸力	せん断力	節点モーメント	剛域端のモーメント
	MEMB	PX1	PY1	NODE M1	FACE M1
		PX2	PY2	NODE M2	FACE M2
	1	0.000	0.000	0.000	0.000
		0.000	0.000	0.000	0.000
	2	0.000	0.000	0.000	0.000
		0.000	0.000	0.000	0.000
	3	0.000	0.000	0.000	0.000
		0.000	0.000	0.000	0.000

## 演習問題

### [問題 4.1]

3章の演習問題 [問題 3.6] (1)および(2)について、解析プログラムを使用して応力を求め、手計算の結果と比較せよ。ただし、梁・柱の断面は  $600 \text{mm} \times 600 \text{mm}$ 、ヤング係数は  $2.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$  である。入力データ、出力データの印刷物、および、プログラムと手計算による応力図をそれぞれ描き（手計算のは、自分のレポートのコピーや再利用でもよい）提出すること。

#### 4.4 ラーメンの軸力の影響（教科書 p.150～）

〔問題 4.1〕で、固定法による応力とプログラムによる応力を比較すると、微妙に（数%程度）値が異なっていることがわかる。この原因には、以下の2つの要因がある。

##### ① 計算における誤差（四捨五入や収束計算の打ち切りによる誤差）

プログラムによる数値計算でも手計算でも、計算を行う課程での有効数字があるので、四捨五入による誤差が生じる。また、固定法で収束計算が必要な場合はある程度（3回程度）で打ち切るので誤差が生じる。これらによる誤差は、通常は小さいので、実務の構造設計ではあまり気にしなくてもよい。

##### ② 部材の軸方向変形の影響

もう1つ誤差を生じさせる原因は、柱や梁部材の軸方向変形（伸び縮み）の影響がある。固定法やたわみ角法では、部材の伸縮は無視して曲げ変形（たわみ）だけを考えている。実際の構造物では、部材は軸力により伸縮し（非常に小さな値であるが）、それにより節点の変形に（伸縮を無視した場合から）少しだけ変化が生じる。その結果、曲げモーメントなどの応力も影響を受けて変化することになる。

部材の軸方向変形の影響は、一般的な低層の建物ではあまり大きな影響はないが、柱の軸力が大きくなる高層・超高層建物や、柱が細くて軸変形が大きくなる構造物では無視できないこともあるので注意が必要である。

#### 演習問題

##### 〔問題 4.2〕

3章の演習問題〔問題 3.6〕(1)および(2)について、梁・柱の軸変形を考慮する場合と軸変形を無視する場合について、解析プログラムを使用して応力を求め、比較せよ。ただし、柱と梁の断面は  $600\text{mm} \times 600\text{mm}$ 、ヤング係数は  $2.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$  である。

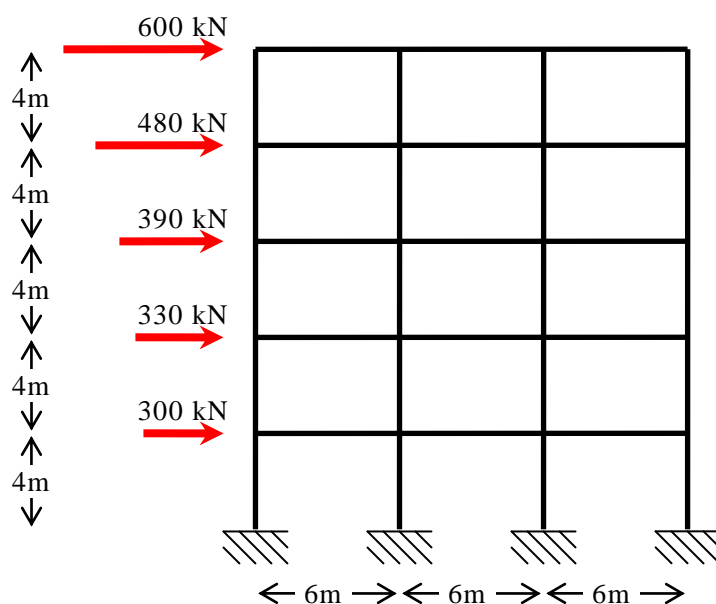
【ヒント】軸変形を無視する場合は、断面積  $A$  に無限大に近い値（ex. 実断面積の1000倍）を入れる。

##### 〔問題 4.3〕

右図の5層3スパンラーメンについて、(a) CASE 1（柱の軸変形を考慮する場合）と(b) CASE 2（軸変形を無視する場合）に、応力と変形がどのように変化するか検討しなさい。

柱と梁のヤング係数は、 $2.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 、断面積はそれぞれ  $60\text{cm} \times 60\text{cm}$ 、 $40\text{cm} \times 60\text{cm}$  とする。

【ヒント】教科書 p.151 の問題 2、p.153 の問題 3 が参考になる。



### 4.5 異形ラーメン (教科書 p.156~)

屋根が傾斜した山形ラーメンのような、ラーメン骨組内に斜めの部材が含まれるラーメンを、一般に**異形ラーメン**と呼んでいる。

異形ラーメンの手計算による解析では、節点の水平移動がない場合は、固定法やたわみ角法を用いて長方形ラーメンと同様に解くことができる。しかしながら、水平力を受ける場合のように節点が移動する場合には、外力との釣合いである層方程式を考えると、斜め部材の軸力が含まれてくるので、せん断力だけから簡単に釣合い式を作ることができない。しかし、解析プログラムによる場合は、いつもと同じ手順で解析することができる。

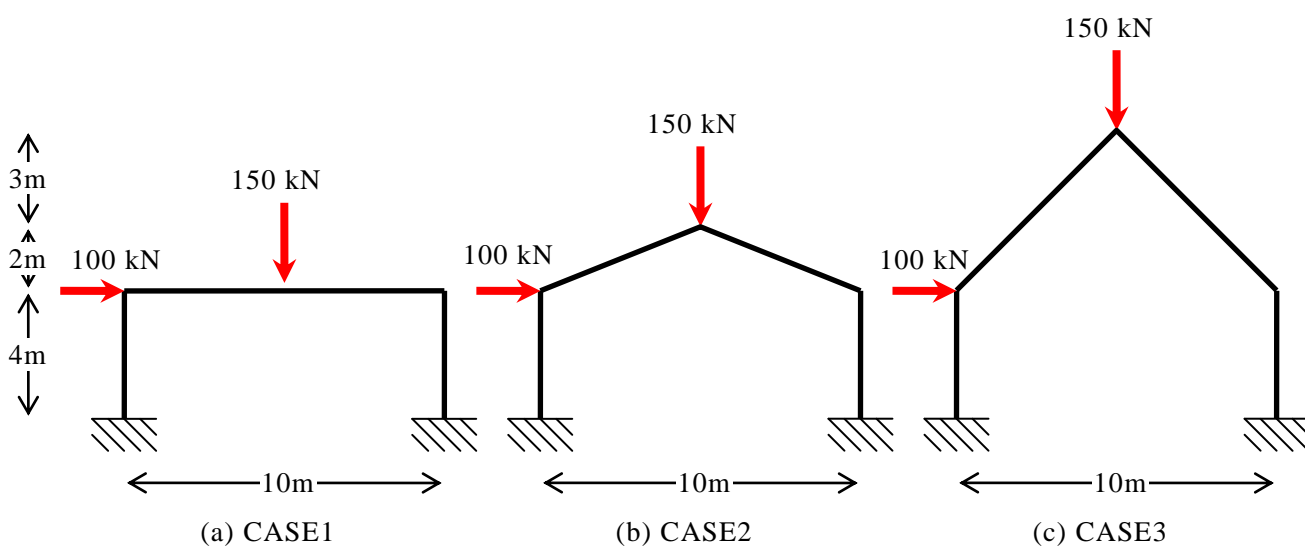
これまでに学習してきた長方形ラーメンでは、梁に作用する鉛直荷重は、梁の曲げモーメントとせん断力で柱に伝達され、下層階へ伝わり、最終的に基礎へと伝達される。これに対して、骨組内に斜め部材があると、鉛直荷重の一部が斜め部材の軸力により下層へ伝達されるので、構造物の応力としては楽になる面もある。(一般に線材は曲げ剛性と比較して軸剛性が高く軸変形は小さいため。)

水平荷重に対しても、同様に斜め材の圧縮力で荷重が伝達されるので、水平材、鉛直材の応力変形が小さくなることがある。

#### [問題 4.4]

下図の屋根の傾斜が異なる3種類ラーメンについて、(1) 鉛直荷重と(2) 水平荷重を受ける場合それぞれについて、応力と変形がどのように変化するか検討しなさい。

ただし、柱と梁のヤング係数は、 $2.1 \times 10^7 \text{ kN/m}^2$ 、断面積は  $40\text{cm} \times 40\text{cm}$  とする。



## 4.6 剛域とせん断変形 (教科書 p.163~)

### (1) 剛域

構造物を解析するときの骨組みのモデル化では、柱や梁を線材に置換する。

実際には、柱や梁断面には大きさがあり、特に柱・梁接合部の部分は断面が大きく、断面 2 次モーメント  $I$  が極めて大きいためほとんど変形しない。このような部分を剛域という。

手計算 (固定法やたわみ角法) では、剛域は無視して部材の全断面が一様として解析を行っているが、解析プログラムではこれらの影響を考慮して応力解析を行うことができる。(剛域を解析で考慮するための理論は、教科書の 3.3 節に詳しく説明がされている。)

実際の建物の解析や構造設計の実務では、剛域の影響を考慮している。演習問題を行ってみるとわかるが、剛域を無視しても、応力 ( $M$  図など) にはあまり影響がないが、剛域を考慮するほうが骨組全体の剛性が高くなるので、骨組の変形は小さくなる。一般には、RC 造構造物では図 4.3 のように梁端 (柱端) から梁せい (柱せい)  $D$  の  $1/4$  だけ中に入った位置までを剛域として解析することが多い。(実際の構造物の全体剛性に一致する結果が得られるので)

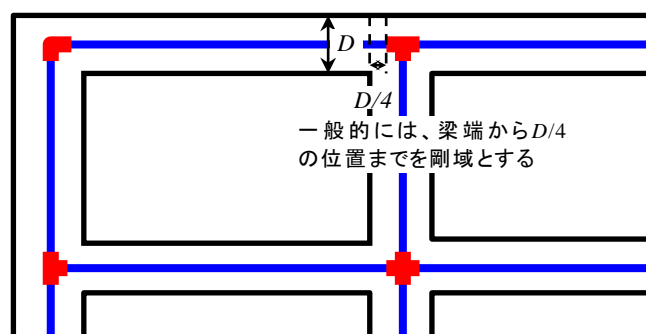


図 4.3

### (2) せん断変形

一般に部材には、曲げモーメントを受けると曲げ変形、せん断力によりせん断変形が生じる。手計算では、曲げ変形のみを考慮してせん断変形は無視している。これは、柱や梁のような長細い部材では、一般的にせん断変形が曲げ変と比べてかなり小さいことから、無視しても影響が小さいためである。しかしながら部材の細長比 (部材長  $L$ /せい  $D$ ) が大きくなるに従い、せん断変形の影響は無視できなくなる。耐震壁のような面材では、せん断変形を無視して応力解析すると大きな誤差が生じることになる。

図 4.4 のような先端集中荷重を受ける片持ち梁の曲げ変形とせん断変形は、

$$\delta_f = \frac{QL^3}{3EI}$$

$$\delta_s = \frac{\chi QL}{GA}$$

である。変形の合計は、

$$\delta = \delta_f + \delta_s = \frac{QL^3}{3EI} + \frac{\chi QL}{GA} = \frac{QL^3}{3EI} \left( 1 + \frac{3EI\chi}{GAL^2} \right) = \frac{QL^3}{3EI} \left( 1 + \frac{\gamma}{2} \right)$$

ただし、曲げ変形に対するせん断変形の比  $\gamma = \frac{6EI\chi}{GAL^2}$

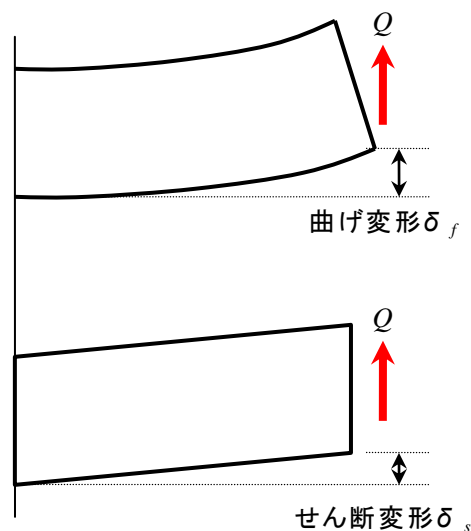


図 4.4

ここで、曲げ変形に対するせん断変形の比  $\gamma$  がどの程度の値になるか試算してみる。

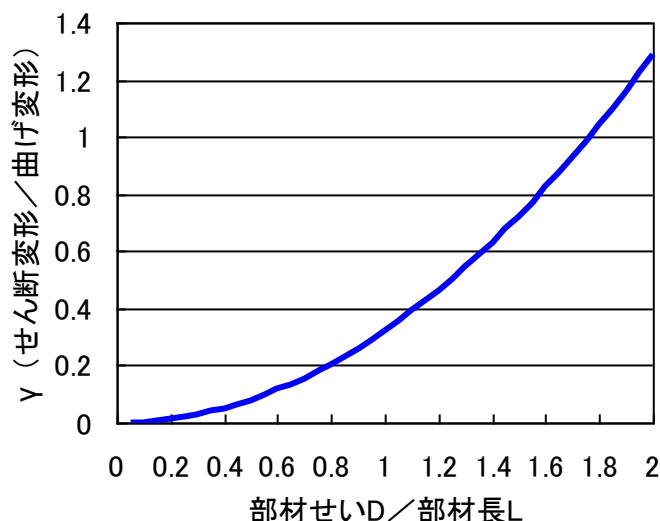
コンクリートのせん断弾性係数  $G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{3}{7}E$  ( $\nu$  : ポアソン比=1/6)。部材の断面を  $b \times D$

の長方形断面 (形状係数  $\chi=1.5$ ) とすると、

$$\gamma = \frac{6EI\chi}{GAL^2} = 6 \times \frac{3}{7} \times \frac{bD^3/12}{b \times D \times L^2} \times 1.5 = \frac{9}{28} \times \left(\frac{D}{L}\right)^2 = 0.32 \left(\frac{D}{L}\right)^2$$

右図は、 $(D/L)$ が変化したときのせん断変形の曲げ変形に対する比  $\gamma$  である。一般的な建物の柱や梁は、部材せい  $D$  が 60cm~1m 程度であるのに対して、部材長は階高の 3~4m、梁スパンは 6m 以上あるので、 $D/L$  の値は、せいぜい 0.2 か 0.3 程度である。例えば、部材せい  $D=60\text{cm}$ 、部材長  $L=4\text{m}$  であれば、 $\gamma=0.0072$  となり、せん断変形は無視してもあまり影響がないことがわかる。

一方で、耐震壁は 1 スパン、あるいは、多スパン連続の壁もあるので、 $D/L$  が 1 あるいはそれ以上になることもあるので、せん断変形の比が無視できないくらい大きくなる。



#### [問題 4.5]

[問題 4.3]の 5 層 3 スパンラーメンの CASE 1 (柱の軸変形を考慮する場合)について、(a)CASE3 (剛域を考慮する場合)と(b) CASE4 (剛域とせん断変形を考慮する場合)に、応力と変形がどのように変化するか検討しなさい。