

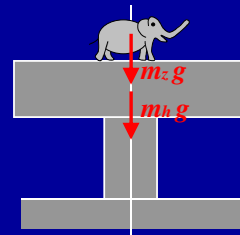
4.7 無筋コンクリート柱の 曲げ挙動

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

1

無筋コンクリート柱とゾウ



ひずみ度 $\downarrow \epsilon_0 = \sigma_0 / E_c$

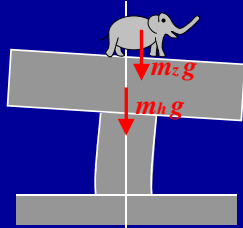
応力度 $\downarrow \sigma_0 = N / bD$

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

2

無筋コンクリート柱とゾウ



ひずみ度

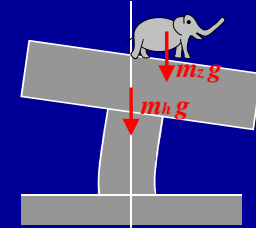
応力度

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

3

無筋コンクリート柱とゾウ



曲げひび割れ発生時

ひずみ度

応力度

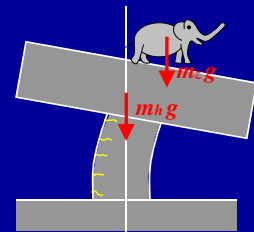
ひび割れ強度 σ_T

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

5

無筋コンクリート柱とゾウ



曲げひび割れ発生後
■ コンクリート: 弾性
応力度 \leq 短期許容応力度

ひずみ度

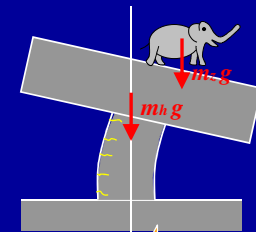
応力度

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

6

無筋コンクリート柱とゾウ



曲げひび割れ発生後
■ コンクリート: 非弾性
応力度 $>$ 短期許容応力度

ひずみ度

応力度

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

7

無筋コンクリート柱とゾウ

曲げひび割れ発生後
 ■ コンクリート: 終局
 圧縮縁のひずみ度=0.003

ひずみ度 $\epsilon_{cu} = 0.003$

応力度

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 8

曲げひび割れモーメント

■ コンクリート: 弾性
 $M_{cr} = (\sigma_T + \sigma_0) \cdot Z$
 $= \sigma_T \cdot Z + \frac{N}{bD} \cdot \frac{bD^2}{6}$
 $= \sigma_T \cdot Z + \frac{ND}{6}$

ひずみ度 σ_T

ひび割れ強度 σ_T

応力度 $= \frac{\sigma_0 = N/bD}{\downarrow} + \frac{\sigma_T + \sigma_0}{\downarrow}$

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 9

許容曲げモーメント(1)

■ 曲げひび割れ発生しない場合
 $M_A = (f_c - \sigma_0) \cdot Z$
 $= f_c \cdot Z - \frac{N}{bD} \cdot \frac{bD^2}{6}$
 $= f_c \cdot Z - \frac{ND}{6}$

ひずみ度 f_c

許容応力度 f_c

応力度 $= \frac{\sigma_0 = N/bD}{\downarrow} + \frac{f_c - \sigma_0}{\downarrow}$

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 10

許容曲げモーメント(2)

■ 曲げひび割れ発生する場合
 ◆ コンクリートの引張力は無視
 $N = C_c = b \cdot x_n \cdot \frac{f_c}{2}$
 $M_A = C_c \left(\frac{D}{2} - \frac{x_n}{3} \right)$

柱 ($N \neq 0$) では、曲げモーメントは必ず材軸周りで計算する

ひずみ度 f_c

許容応力度 f_c

応力度 $= \frac{C_c \cdot D/2}{x_n} - \frac{x_n/3}{x_n}$

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 11

曲げ終局モーメント

$N = C_c = 0.85^2 b \cdot x_n \cdot \sigma_B$
 $M_u = N \left(\frac{D}{2} - \frac{0.85 x_n}{2} \right)$

ひずみ度 $\epsilon_{cu} = 0.003$

終局ひずみ $\epsilon_{cu} = 0.003$

応力度 $0.85 \sigma_B$

等価応力度ブロック

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 12

軸力N-曲げモーメントM相互作用

N-M相互作用
 柱では、
 軸力Nが変化すると、
 ■ 曲げひび割れモーメント
 ■ 許容曲げモーメント
 ■ 終局曲げモーメント
 も変化する

軸力 N

終局

短期許容

長期許容

曲げモーメント M

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 20

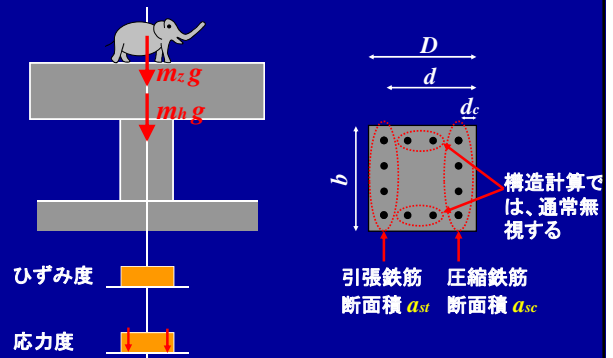
4.8 鉄筋コンクリート柱の 曲げ挙動

2018/11/19

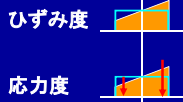
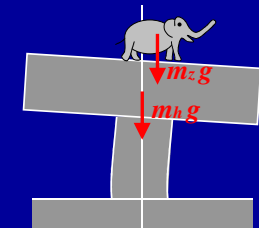
4章 梁・柱の曲げ挙動

1

鉄筋コンクリート柱とゾウ



鉄筋コンクリート柱とゾウ

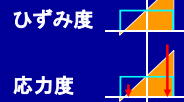
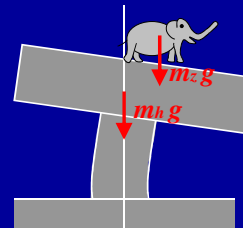


2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

3

鉄筋コンクリート柱とゾウ



2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

5

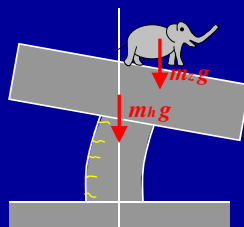
曲げひび割れ発生時

曲げひび割れモーメント M_{cr} は鉄筋を無視して求めてよい。

$$M_{cr} = \sigma_T \cdot Z + \frac{ND}{6}$$

ひび割れ強度 σ_T

鉄筋コンクリート柱とゾウ



2018/11/19

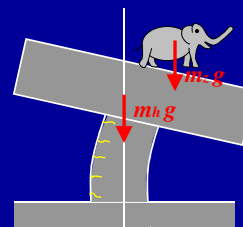
4章 梁・柱の曲げ挙動

6

曲げひび割れ発生後

- コンクリート: 弾性
- 応力度 \leq 短期許容応力度

鉄筋コンクリート柱とゾウ



2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

7

曲げひび割れ発生後

- コンクリート: 非弾性
- 応力度 $>$ 短期許容応力度

鉄筋コンクリート柱とゾウ

曲げひび割れ発生後
■ コンクリート: 終局
圧縮縁のひずみ度=0.003

ひずみ度 $\epsilon_{cu} = 0.003$

応力度

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 8

許容曲げモーメント

引張・圧縮鉄筋、
コンクリートの何れかが、
許容応力度に達したとき

$$C_c = \frac{b}{2} E_c \phi x_n^2$$

$$C_s = a_{sc} E_s \phi (x_n - d_c)$$

$$T_s = a_{st} E_s \phi (d - x_n)$$

$$MA = C_c \left(\frac{D}{2} - \frac{x_n}{3} \right) + C_s \left(\frac{D}{2} - d_c \right) + T_s \left(d - \frac{D}{2} \right)$$

ひずみ度 x_n

応力度 $= \frac{C_c C_s}{T_s} \frac{D/2}{x_n/3}$

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 9

釣合い軸力 N_b (許容応力時)

コンクリートの圧縮縁と
引張鉄筋が、
同時に許容応力度になるときの軸力

ひずみ度

応力度

鉄筋の許容引張応力度 f_t

コンクリートの許容圧縮応力度 f_c

許容応力

釣合い軸力 N_b

コンクリートの圧縮縁が先に許容応力度になる

引張鉄筋が先に許容応力度になる

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 10

曲げ終局モーメント

ひずみ度 $\epsilon_{cu} = 0.003$

応力度 $0.85\sigma_B$

等価応力度ブロック

$$C_c = 0.85^2 b x_n \cdot \sigma_B$$

$$C_s = a_{sc} E_s \phi (x_n - d_c) \leq a_{sc} \sigma$$

$$T_s = a_{st} E_s \phi (d - x_n) \leq a_{st} \sigma$$

$$M_u = C_c \left(\frac{D}{2} - \frac{0.85 x_n}{2} \right) + C_s \left(\frac{D}{2} - d_c \right) + T_s \left(d - \frac{D}{2} \right)$$

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 11

釣合い軸力 N_b (曲げ終局時)

コンクリートの圧縮縁の終局ひずみと
引張鉄筋の降伏が、
同時におよぶときの軸力

ひずみ度

鉄筋の降伏ひずみ ϵ_{sy}

終局ひずみ $\epsilon_{cu} = 0.003$

応力度

釣合い軸力 N_b

曲げ終局

コンクリートが先に終局ひずみになる

引張鉄筋が先に降伏する

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 12

曲げ終局モーメントの略算

ひずみ度

鉄筋の降伏ひずみ ϵ_{sy}

終局ひずみ $\epsilon_{cu} = 0.003$

応力度

仮定

- 引張・圧縮主筋は降伏
- 引張・圧縮主筋の間隔0.8D

$$C_s = a_{sc} \sigma$$

$$T_s = a_{st} \sigma$$

$$N = C_c + C_s - T_s \text{ より}$$

$$C_c = 0.85^2 b x_n \cdot \sigma_B = N$$

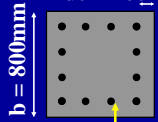
$$M_u = 0.8 a_{st} \sigma D + 0.5 ND \left(1 - \frac{N}{0.85 b D \sigma_B} \right)$$

2018/11/19 4章 梁・柱の曲げ挙動 13

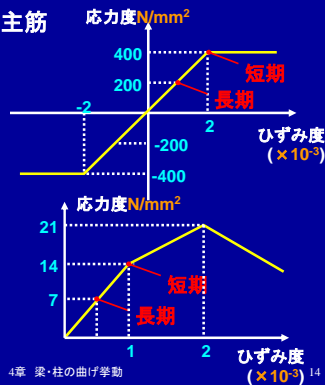
例題

例題4.11の断面の柱に主筋12-D35を配筋した。

$$\begin{aligned} D &= 800\text{mm} \\ d &= 700\text{mm} \\ d_c &= 100\text{mm} \end{aligned}$$



断面積
1000mm²

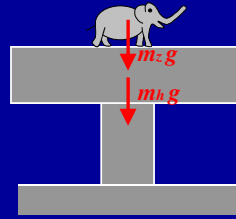


2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

14

例題



- (a)ゾウが何m歩くと、コンクリートが短期許容応力度？
(b)ゾウが何m歩くと柱は壊れる？

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

15

解答1 (許容曲げモーメント)

釣合い軸力時(短期許容応力度)

$$\phi = \frac{(1+2) \times 10^{-3}}{700} = 4.29 \times 10^{-6} \text{ (/mm)}$$

$$x_n = \frac{\varepsilon}{\phi} = \frac{1 \times 10^{-3}}{4.29 \times 10^{-6}} = 233 \text{ (mm)}$$

圧縮鉄筋のひずみ度は

$$\varepsilon_{sc} = \phi(x_n - d_c) = 5.70 \times 10^{-4} < 2 \times 10^{-3}$$

→ 短期許容応力度以下(弾性)

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

16

解答2 (許容曲げモーメント)

$$\begin{aligned} C_c &= \frac{b}{2} (2/3) \sigma_b x_n = 400 \times 14 \times 233 = 1.30 \times 10^6 \text{ (N)} \\ &= 1300 \text{ (kN)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_s &= a_{sc} E_s \phi (x_n - d_c) = 4000 \times 2 \times 10^5 \times 5.70 \times 10^{-4} \\ &= 4.56 \times 10^5 \text{ (N)} = 456 \text{ (kN)} \end{aligned}$$

$$T_s = a_{st} f_t = 4000 \times 400 = 1.60 \times 10^6 \text{ (N)} = 1600 \text{ (kN)}$$

軸力の釣合いから、釣合い軸力 N_b は

$$\begin{aligned} N_b &= C_c + C_s - T_s \\ &= 1300 + 456 - 1600 = 156 \text{ (kN)} \end{aligned}$$

$N = 3200 > N_b$ より

圧縮コンクリートが先に許容応力度に達する。

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

17

解答3 (許容曲げモーメント)

コンクリートの圧縮縁が許容応力度に達しているとする

$$\phi = \frac{1 \times 10^{-3}}{x_n} \text{ (/mm)}$$

$$C_c = \frac{b}{2} E_c \phi x_n^2 = 5.6 x_n \text{ (kN)}$$

$$C_s = a_{sc} E_s \phi (x_n - d_c) = 8.0 \times 10^2 \frac{x_n - 100}{x_n} \text{ (kN)}$$

$$T_s = a_{st} E_s \phi (d - x_n) = 8.0 \times 10^2 \frac{700 - x_n}{x_n} \text{ (kN)}$$

軸力の釣合いから $C_c + C_s - T_s = N$

x_n の2次方程式を解くと $x_n = 510$ (mm)

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

18

解答4 (許容曲げモーメント)

$$\phi = \frac{1 \times 10^{-3}}{510} = 1.96 \times 10^{-6} \text{ (/mm)}$$

引張鉄筋のひずみ度は

$$\varepsilon_{st} = \phi(d - x_n) = 3.72 \times 10^{-4} < 2 \times 10^{-3}$$

→ 短期許容応力度以下

圧縮鉄筋のひずみ度は

$$\varepsilon_{sc} = \phi(x_n - d_c) = 8.04 \times 10^{-4} < 2 \times 10^{-3}$$

→ 短期許容応力度以下

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

19

解答5(許容曲げモーメント)

$$C_c = 5.6x_n = 5.6 \times 510 = 2856 \text{ (kN)}$$

$$C_s = a_{sc} E_s \varepsilon_c = 4000 \times 2 \times 10^5 \times 8.04 \times 10^{-4} = 6.4 \times 10^5 \text{ (N)} = 640 \text{ (kN)}$$

$$T_s = a_{st} E_s \varepsilon_t = 4000 \times 2 \times 10^5 \times 3.72 \times 10^{-4} = 3.0 \times 10^5 \text{ (N)} = 300 \text{ (kN)}$$

許容曲げモーメント

$$M = C_c \left(\frac{D}{2} - \frac{x_n}{3} \right) + C_s \left(\frac{D}{2} - d_c \right) + T_s (d - \frac{D}{2})$$

$$= 940 \text{ (kN}\cdot\text{m)}$$

ゾウの歩いた距離 e は、

$$e = M/m_z \cdot g = 940 \div 40 = 24 \text{ m}$$

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

20

解答6(曲げ終局モーメント)

釣合い軸力時(曲げ終局)

$$\phi = \frac{(2+3) \times 10^{-3}}{700} = 7.14 \times 10^{-6} \text{ (/mm)}$$

$$x_n = \frac{\varepsilon_{cu}}{\phi} = \frac{3 \times 10^{-3}}{7.14 \times 10^{-6}} = 420 \text{ (mm)}$$

圧縮鉄筋のひずみ度は

$$\varepsilon_c = \phi (x_n - d_c) = 2.28 \times 10^{-3} > 2 \times 10^{-3}$$

→ 降伏している

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

21

解答7(曲げ終局モーメント)

$$C_c = 0.85^2 b \sigma_B x_n = 5.10 \times 10^6 \text{ (N)} = 5100 \text{ (kN)}$$

$$C_s = a_{st} \sigma_y = 4000 \times 400 = 1.60 \times 10^6 \text{ (N)} = 1600 \text{ (kN)}$$

$$T_s = a_{st} \sigma_y = 4000 \times 400 = 1.60 \times 10^6 \text{ (N)} = 1600 \text{ (kN)}$$

軸力の釣合いから、釣合い軸力 N_u は

$$N_u = C_c + C_s - T_s$$

$$= 5100 + 1600 - 1600 = 5100 \text{ (kN)}$$

$N = 3200 < N_u$ より

曲げ終局時に、引張主筋は降伏している。

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

22

解答8(曲げ終局モーメント)

$$\phi = \frac{3 \times 10^{-3}}{x_n} \text{ (/mm)}$$

$$C_c = 0.85^2 b \cdot x_n \cdot \sigma_B = 12.1 x_n \text{ (kN)}$$

$$C_s = a_{sc} E_s \phi (x_n - d_c) = 2.4 \times 10^3 \frac{x_n - 100}{x_n} < 1600 \text{ (kN)}$$

$$T_s = a_{st} \sigma_y = 1600 \text{ (kN)}$$

圧縮主筋が降伏していると仮定すると

$$C_s = 1600 \text{ (kN)}$$

軸力の釣合いから $C_c + C_s - T_s = N$

$$12.1 x_n + 1600 - 1600 - 3200 = 0$$

$$\text{これを解くと } x_n = 264 \text{ (mm)}$$

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

23

解答9(曲げ終局モーメント)

$$\phi = \frac{3 \times 10^{-3}}{264} = 1.14 \times 10^{-5} \text{ (/mm)}$$

圧縮鉄筋のひずみ度は

$$\varepsilon_c = \phi (x_n - d_c) = 1.87 \times 10^{-3} < 2 \times 10^{-3}$$

→ 降伏していない(弾性) → 仮定と矛盾するので不適

圧縮主筋が弾性と仮定してもう一度計算

$$C_s = 2400 \frac{x_n - 100}{x_n} \text{ (kN)}$$

軸力の釣合いから $C_c + C_s - T_s = N$

$$12.1 x_n^2 + 2400 (x_n - 100) - (1600 + 3200) x_n = 0$$

$$x_n \text{ の2次方程式を解くと } x_n = 271 \text{ (mm)}$$

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

24

解答10(曲げ終局モーメント)

$$C_c = 12.1 x_n = 3280 \text{ (kN)}$$

$$C_s = a_{sc} E_s \phi (x_n - d_c) = 1520 \text{ (kN)}$$

$$T_s = a_{st} E_s \phi (d - x_n) = 1600 \text{ (kN)}$$

曲げ終局モーメント

$$M = C_c \left(\frac{D}{2} - \frac{0.85x_n}{2} \right) + C_s \left(\frac{D}{2} - d_c \right) + T_s (d - \frac{D}{2})$$

$$= 1870 \text{ (kN}\cdot\text{m)}$$

ゾウの歩いた距離 e は、

$$e = M/m_z \cdot g = 1870 \div 40 = 47 \text{ m}$$

2018/11/19

4章 梁・柱の曲げ挙動

25