

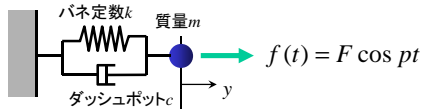
## 4. 調和外力に対する応答

力のつりあいから

$$(-m\ddot{y}) + (-c\dot{y}) + (-ky) + f(t) = 0$$

慣性力 減衰力 復元力 外力

$$\ddot{y} + 2h\omega\dot{y} + \omega^2 y = F/m \cos pt$$



2018/4/18

建築数理基礎論

26

## 運動方程式の解

$$\ddot{y} + 2h\omega\dot{y} + \omega^2 y = F/m \cos pt \quad \dots\dots \textcircled{1}$$

この微分方程式の

(一般解) = (特殊解) + (余関数)

(余関数):  $\ddot{y} + 2h\omega\dot{y} + \omega^2 y = 0$  の解  $\rightarrow$  減衰自由振動

$\rightarrow$  減衰があるので、時間が経てば減衰してなくなる  
振動の周期は、系の固有周期

(特殊解):  $\rightarrow$  定常振動

$\rightarrow$  外力と同じ周期で振動する

$$y = A \cos(pt - \theta) \quad \dots\dots \textcircled{2}$$

②を①に代入して、振幅Aと位相差 $\theta$ を求めると解が得られる

2018/4/18

建築数理基礎論

27

## 特殊解(定常振動)

$$y = A \cos(pt - \theta)$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{\{1 - (p/\omega)^2\}^2 + 4h^2(p/\omega)^2}} \cdot \frac{F}{m\omega^2} = F/k \rightarrow \text{静的外力} F \text{ に対する変形} \delta_s$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2h(p/\omega)}{1 - (p/\omega)^2}$$

非減衰( $h=0$ )のときは、

$$A = \frac{1}{1 - (p/\omega)^2} \cdot \frac{F}{m\omega^2} = \frac{1}{1 - (p/\omega)^2} \cdot \delta_s \rightarrow p/\omega=1 \text{ のとき} \infty \text{ になり発散}$$

2018/4/18

建築数理基礎論

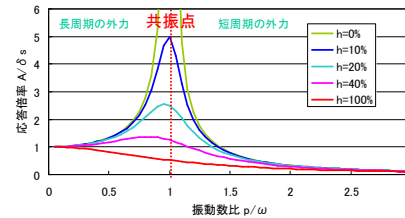
28

## 動的応答倍率

$$\frac{A}{\delta_s} = \frac{1}{\sqrt{\{1 - (p/\omega)^2\}^2 + 4h^2(p/\omega)^2}}$$

$p/\omega=1$ のとき、つまり、

(構造物の固有周期) = (外力の周期)のときを共振点といい、動的応答倍率が大きくなる。



29

## 調和地動に対する応答

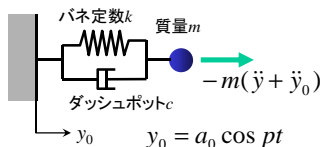
基礎が動くとき

$$-m(\ddot{y} + \ddot{y}_0) + (-c\dot{y}) + (-ky) = 0$$

$$(-m\ddot{y}) + (-c\dot{y}) + (-ky) + (-m\ddot{y}_0) = 0$$

慣性力 減衰力 復元力 地動による慣性力

$$\ddot{y} + 2h\omega\dot{y} + \omega^2 y = a_0 p^2 \cos pt$$



2018/4/18

建築数理基礎論

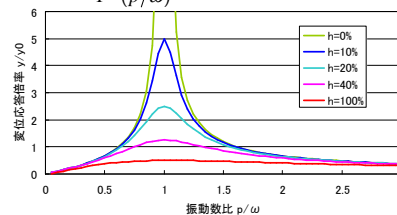
30

## 特殊解(定常振動)

$$y = A \cos(pt - \theta)$$

$$A = \frac{1}{\sqrt{\{1 - (p/\omega)^2\}^2 + 4h^2(p/\omega)^2}} \cdot a_0 \left(\frac{p}{\omega}\right)^2$$

$$\theta = \tan^{-1} \frac{2h(p/\omega)}{1 - (p/\omega)^2}$$



31

## 5. 地震応答スペクトル

- 実際の地震のときの地動は、前節のような、一定の振幅と周期の変形ではなく、**様々な振幅と周期を持つ関数の重ね合わせ**  
→ フーリエスペクトルを調べれば成分が分かる
- 耐震設計を行なう上で重要なのは、**構造物の最大応答** (変形、速度、加速度)  
→ 地震応答スペクトル  
構造物の固有周期－最大応答の関係

2018/4/18

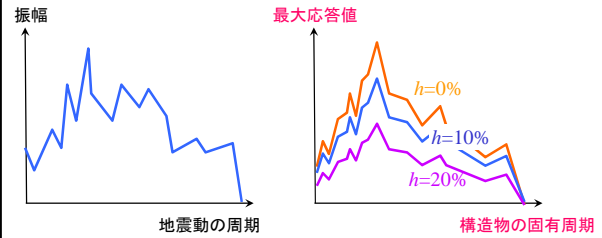
建築数理基礎論

32

## Fourier スペクトルと地震応答スペクトル

Fourier スペクトル

地震応答スペクトル



2018/4/18

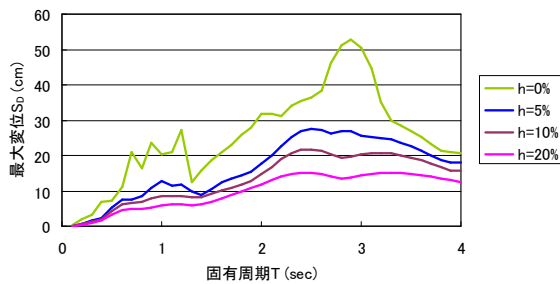
建築数理基礎論

33

## 変位応答スペクトル

地震記録: El Centro NS成分

1940年 Imperial Valley 地震



2018/4/18

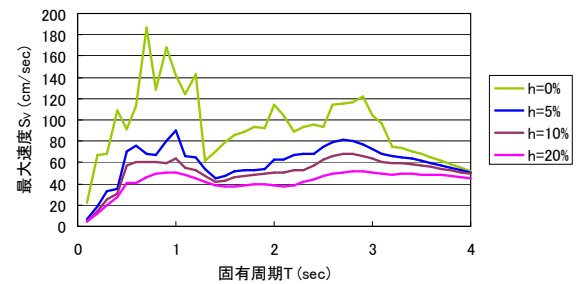
建築数理基礎論

34

## 速度応答スペクトル

地震記録: El Centro NS成分

1940年 Imperial Valley 地震



2018/4/18

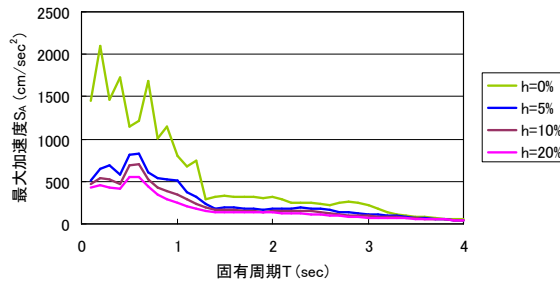
建築数理基礎論

35

## 加速度応答スペクトル

地震記録: El Centro NS成分

1940年 Imperial Valley 地震

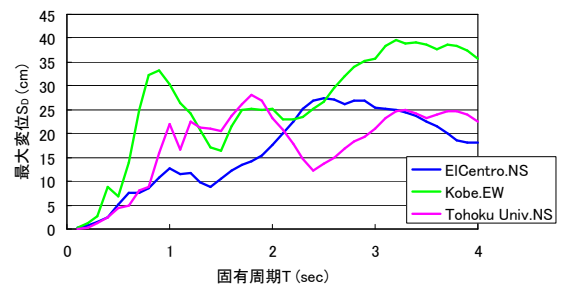


2018/4/18

建築数理基礎論

36

## 変位応答スペクトルの比較 (h=5%)

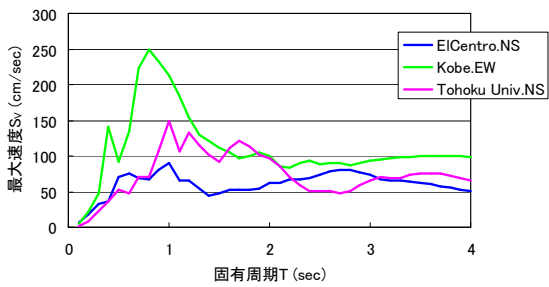


2018/4/18

建築数理基礎論

37

### 速度応答スペクトルの比較 (h=5%)

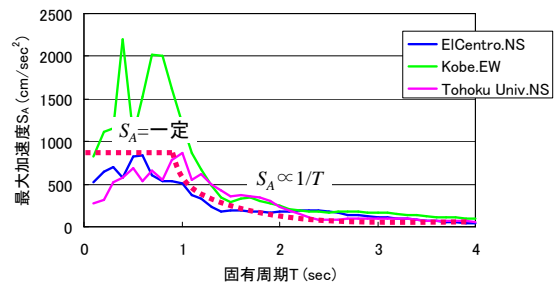


2018/4/18

建築数理基礎論

38

### 加速度応答スペクトルの比較 (h=5%)



2018/4/18

建築数理基礎論

39

略算的には以下の関係がある

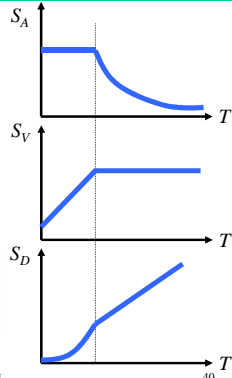
$$S_A = \omega S_V = \omega^2 S_D$$

$$S_A = \frac{2\pi}{T} S_V = \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 S_D$$

固有周期 $T$ 、減衰定数 $h$

加速度応答スペクトル $S_A$

構造物の最大せん断力 $Q_{max}$   
最大変形 $\delta_{max}$



2018/4/18

建築数理基礎論

40

### 例題3

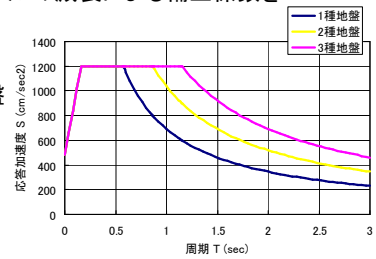
- 質量100t、固有周期1sec、減衰定数 $h=10\%$ の1質点系がある。下図の加速度応答スペクトル( $h=5\%$ )に対する最大せん断力 $Q_{max}$ と最大変位 $\delta_{max}$ を求めよ。

ただし、スペクトルの減衰による補正係数を

$$F_h = \frac{1.5}{1+10h}$$

とし

地盤は2種地盤とする



2018/4/18