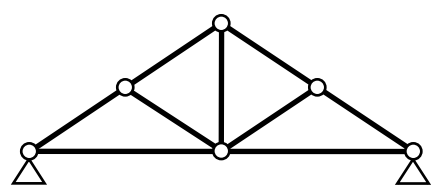


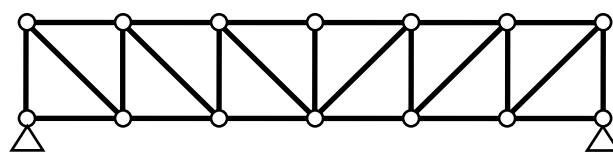
## 2章 トラスの応力と変形

### 2.1 トラス構造とは（骨組の力学的分類）

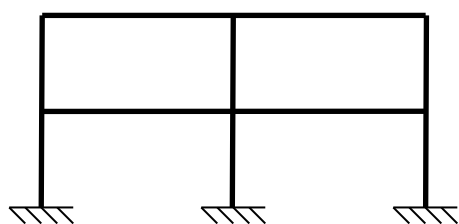
すべての節点（部材の接合部分）がピン接合からなっている骨組をトラスという。これに対して、すべての節点が剛接（回転できず曲げモーメントを伝える）からなる骨組をラーメンという。トラスは、基本的に部材で三角形を構成することで、形が崩れずに安定した構造骨組となる。様々なトラス構造の例を図 2.1 に示す。



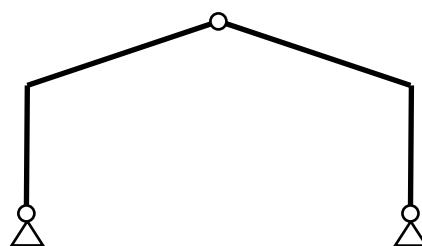
(a) 山形トラス（小屋トラス）



(b) 平行弦トラス



(c) ラーメン



(d) 3ピンラーメン

図 2.1 様々な構造骨組

【コーヒブレーク】

実際の建築構造物では、鉄筋コンクリート造や鉄骨造の学校、病院、集合住宅などはラーメン構造が一般的である。一方で、橋や、駅、ホールなどの大スパン建築や、体育館、工場などにはトラス構造が良く用いられる。

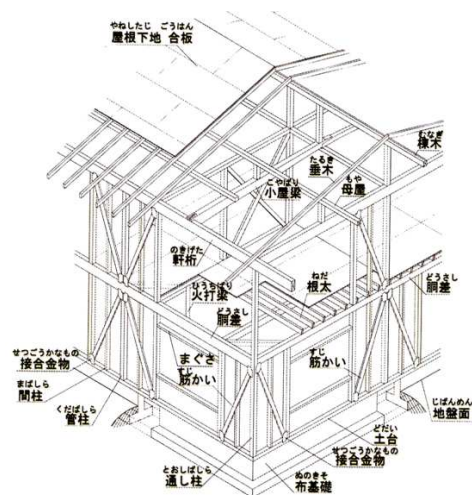


ラーメン構造の集合住宅



トラス橋

実際の鉄骨トラス構造の接合部は、鉄板をボルトで接合するのが一般的で、実際には完全なピンではないが、構造計算では、曲げモーメントは無視してピンとして計算する。また、実際の建物では、剛接のラーメン部分とピン接合の部材を組み合わせた構造形式もある。木造建築では、写真のようにラーメンに、部分的に斜材（方杖）を入れて、接合部周辺を固める構造も多い。



典型的な日本の木造住宅の骨組



海外の木造建築

## 2.2 トラスの応力

骨組を構成するのに必要な最小限の部材から構成され、最小限の反力数で支えられており支持されているトラスを静定トラスという。静定構造は、ひとつでも部材や反力を取り除くと、骨組が不安定になる構造であり、静力学のつり合い条件だけで反力や部材応力を求めることができる。

トラス構造は、部材の両端はピン接合<sup>1</sup>であるので、部材に曲げモーメント、せん断力は発生せず、軸力のみが作用する軸力系の構造になる。

静定トラスの応力の解法には、(1) 節点法、(2) 切断法、など各種の方法がある。

### (1) 節点法による解法

一般的に以下の手順で、力のつり合いから、応力を求める。

- ① トラス全体の力のつり合いから、支点反力を求める。
- ② 各節点で、外力と部材応力のつり合い条件 (x 方向、y 方向) から、部材応力を求める。

例えば、図 2.2 の平行弦トラスの場合、支点反力は鉛直荷重の合計 60kN が左右の支点到に均等に分配されるので、30kN (鉛直上向き) である。各節点での各節点での力のつり合いに基づいて、各部材の応力を求めると、図 2.3 のようになる。なお、

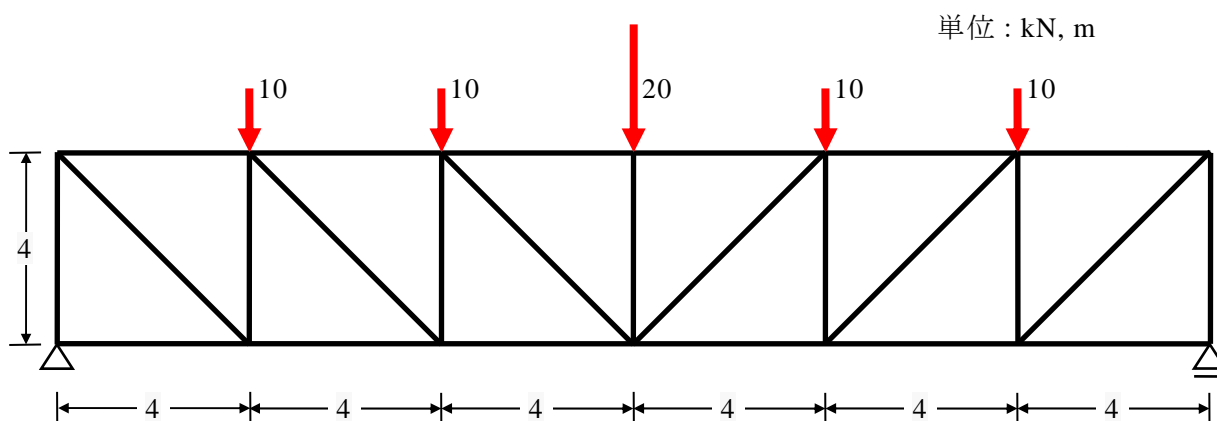


図 2.2 トラス梁

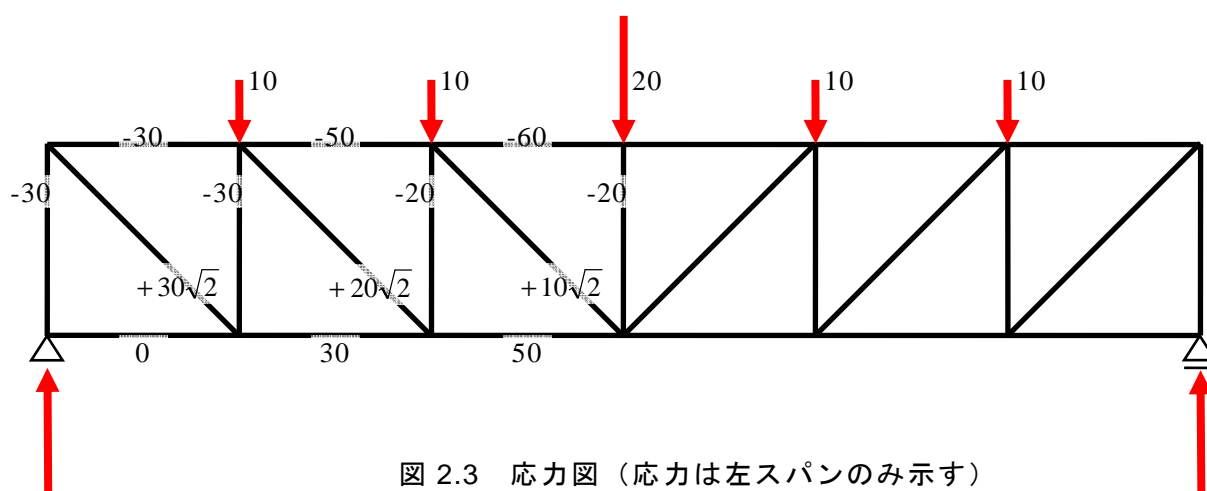


図 2.3 応力図 (応力は左スパンのみ示す)

<sup>1</sup> 実際の構造物では、完璧なピン接合 (回転は自由だが軸りょおくは伝える) となるディテールを実現するのは難しいので、ある程度の曲げモーメントも伝わる。

図中では、引張を+、圧縮を-で示す。

図 2.4~2.6 に、上図のトラス構造と同寸法で同じ荷重を受ける単純梁とそのせん断力図、曲げモーメント図を示す。図と図を比較すると、トラス梁は軸力系の構造で、単純梁は曲げ系の構造であるが、それらの応力には共通することがあることが分かる。つまり、このトラス全体を1本の梁とみなすと、せん断力は、1本目の束材の圧縮力→1本目の斜材の引張力→2本目の束材の圧縮力→2本目の斜材の引張力・・・となって、梁中央から支点へと伝わっていることが分かる。曲げモーメントについては後述するように、上下現在の引張/圧縮力として、伝達される。

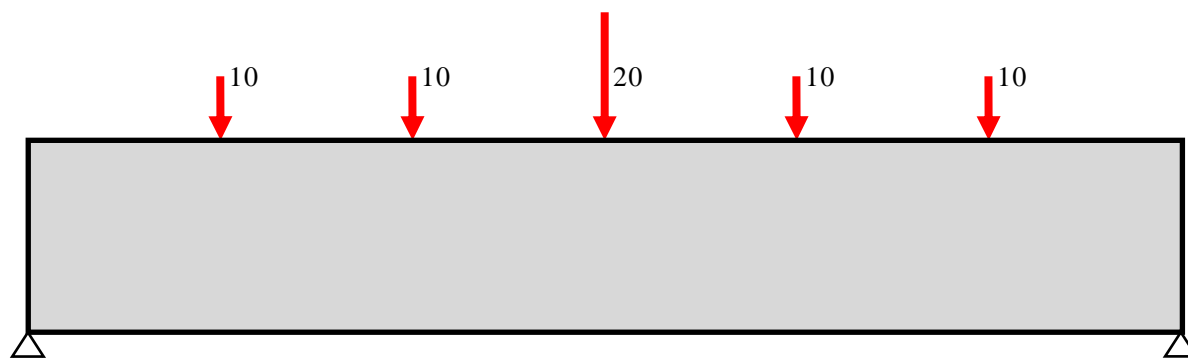


図 2.4 単純梁

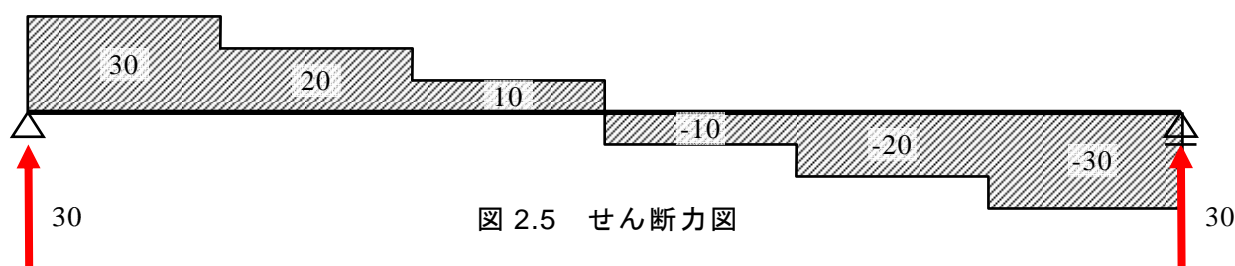


図 2.5 せん断力図

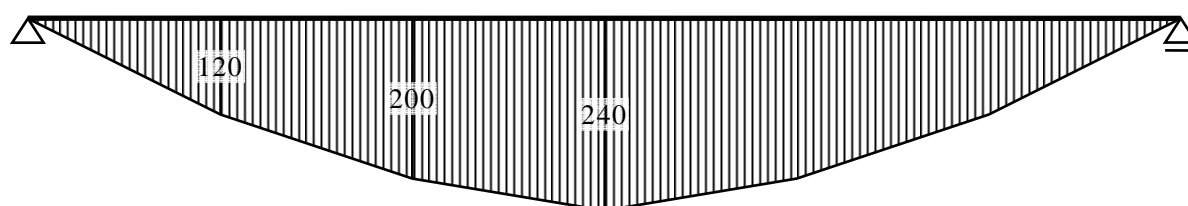


図 2.6 曲げモーメント図

## (2) 切断法による解法

全ての部材の応力を求めたいときには、節点法で丹念に部材応力を求めればよいが、ある特定の部材の応力を直接求めたいときに便利な方法として、切断法がある。図 2.2 のトラス梁を図 2.7 のように切断してみる。この切断面を横切る部材の応力  $N_{AB}$ 、 $N_{AB}$ 、 $N_{AB}$  は切断した梁の外力と内力（部材応力）のつり合いから求めることができる。

部材 AB の応力  $N_{AB}$  求めるには、点 D の周りのモーメントのつり合いを考える。（モーメントは時計回りを+とする）

外力によるモーメント

$$M_{out} = 30 \times 12 - 10 \times 8 - 10 \times 4 = 240 \quad (2.1)$$

内力によるモーメント

$$M_{in} = N_{AB} \times 4 + N_{AD} \times 0 + N_{CD} \times 0 = 4N_{AB} \quad (2.2)$$

外力と内力のつり合いから

$$M_{in} + M_{out} = 0$$

$$4N_{AB} + 240 = 0$$

$$N_{AB} = -60$$

となり、部材 AB の応力は 60kN（圧縮力）と求まる。

（節点法による応力（図 2.3）と一致していることを確認してください）

部材 CD の応力は点 A の周りのモーメントのつり合いを計算すれば、同様に求めることができる。

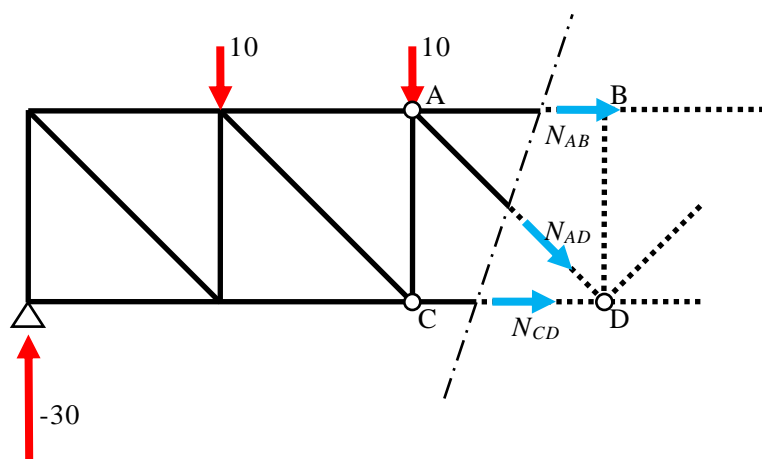


図 2.7

【コーヒーブレイク】

部材 AB の応力  $N_{AB}=60\text{kN}$  に上下弦材の距離 4m を掛けると  $240\text{kN} \cdot \text{m}$  になります。  
 部材 CD の応力  $N_{CD}=60\text{kN}$  に上下弦材の距離 4m を掛けると  $200\text{kN} \cdot \text{m}$  になります。  
 これらはそれぞれ、図 2.6 の梁中央、2 番目の節点位置の曲げモーメントと一致します。  
 これは偶然ではありません。トラス梁は、上限材が圧縮力、下限材が引張力を負担し、この圧縮力と引張力が偶力（モーメント）を構成することで、一様な梁の曲げモーメントと同じ効果を持つことになるのです。

演習問題

[問題 2.1]

図 2.8 のトラスの応力を求めなさい。

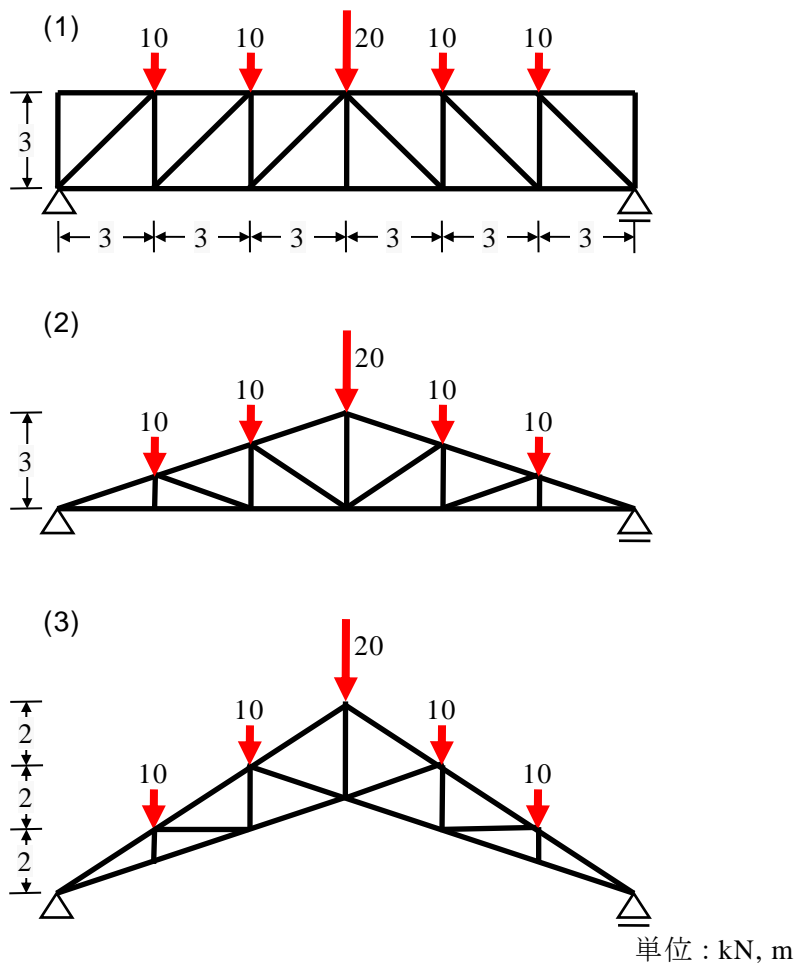


図 2.8

### 2.3 トラスの変形

手計算で静定トラスの変形を求める方法には、各部材の伸びに基づく図解法や、仮想仕事の原理などがある。図解法は、視覚的で分かりやすい方法であるが、部材数が多くなると計算は面倒になる。仮想仕事の原理は、直感的に理解しにくいだが、計算の方法は（ある意味）シンプルであり、それぞれの特徴がある。

#### 図解法によるトラスの変形の求め方

図 2.9 のような、2 部材と水平荷重を受けるトラスを例として、図解法による変形の求め方を説明する。

なお、点 A、点 C はピン支点なので、移動するのは点 B のみである。

- ①外力による各部材の応力  $N_{AB}, N_{BC}$  を求める。
- ②各部材の軸変形を求める。

$$\Delta l_{AB} = \frac{N_{AB}}{EA_{AB}} l_{AB}$$

$$\Delta l_{BC} = \frac{N_{BC}}{EA_{BC}} l_{BC}$$

- ③それぞれの部材が回転せず軸変形だけが生じた時の部材端部の位置・点 B'、点 B'' を求める。
- ④点 B'、点 B'' から材軸に直交する直線を引きその交点が、点 B が移動する点 B''' となる。  
（部材は軸変形した後、回転して移動する。微小変形なので回転変形は、材軸に直交する直線上にあるとみなせる）

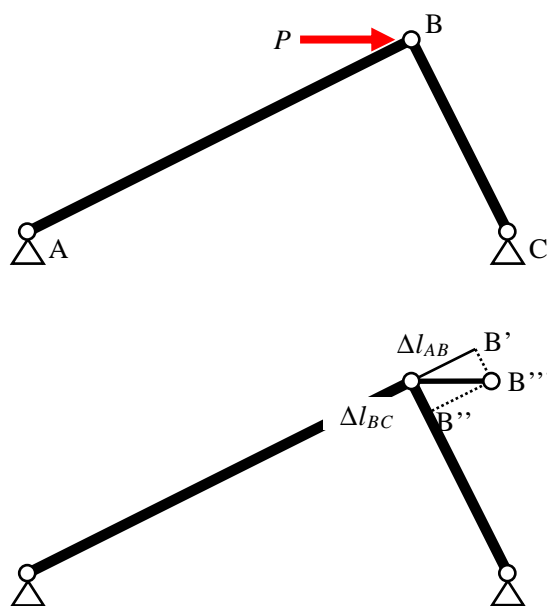


図 2.9

#### 仮想仕事の原理

骨組のある点（節点 A）の変位は以下の式で求めることができる。

$$\delta_A = \int \frac{M_0 M_1}{EI} dx + \int \frac{N_0 N_1}{EA} dx + \int \frac{\kappa Q_0 Q_1}{GA} dx$$

- ただし、 $M_0, N_0, Q_0$  : 外力による骨組の曲げモーメント、軸力、せん断力  
 $M_1, N_1, Q_1$  : 変位を求めようとする点に単位荷重を作用させた時の曲げモーメント、軸力、せん断力  
 $E, G$  : 部材のヤング係数、せん断弾性係数  
 $I, A$  : 部材の断面 2 次モーメント、断面積

演習問題

【問題 2.2】

図 2.10 に示すような水平力を受けるトラス構造とラーメン構造の水平変形を求め、変形を比較せよ。ただし、水平材（梁）は剛体で変形しないものとし、鉛直材、斜材の断面は一樣（ $b \times D$ ）であるとする。

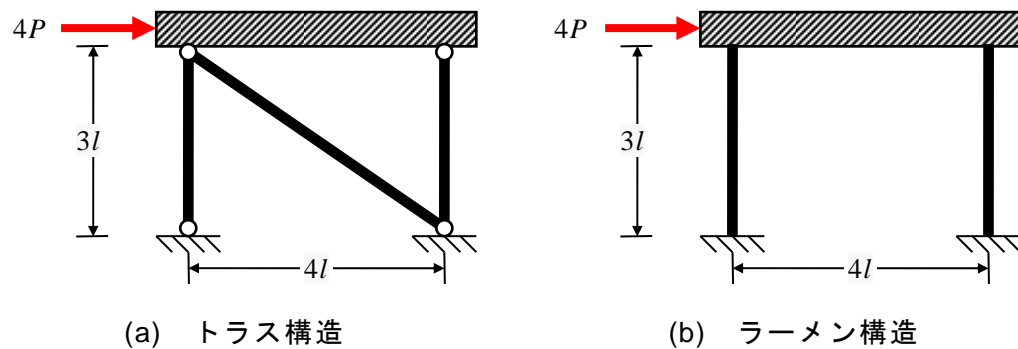


図 2.10